I Program nauczania matematyki w szkole podstawowej

ZGODNY Z PODSTAWĄ PROGRAMOWĄ
z dnia 27 sierpnia 2012 roku

Autorzy: Marcin Braun, Agnieszka Mańkowska, Małgorzata Paszyńska

1. Omówienie założeń dydaktycznych i wychowawczych. Specyfika programu
2. Środki dydaktyczne potrzebne do realizacji programu
3. Szczegółowe cele edukacyjne – cele kształcenia
4. Szczegółowe cele edukacyjne – cele wychowawcze i ponadprzedmiotowe
5. Materiał nauczania. Liczba godzin lekcyjnych
   Klasa 4
   Klasa 5
   Klasa 6
6. Opis założonych osiągnięć ucznia
7. Procedury osiągania szczegółowych celów edukacyjnych
8. Propozycje metod oceny osiągnięć ucznia

I Omówienie założeń dydaktycznych i wychowawczych. Specyfika programu

Niniejszy program nauczania został opracowany zgodnie z *podstawą programową kształcenia ogólnego*. Jest przeznaczony do nauczania matematyki w klasach 4–6 szkoły podstawowej.

W tej części chcemy zwrócić uwagę na szczególne cechy programu wyróżniające go spośród innych. Różnica nie oznacza zwykle przyjęcia diametralnie innych założeń dydaktycznych ani wychowawczych w stosunku do znanych wcześniej programów. Polega ona na przeniesieniu akcentu i zwróceniu większej uwagi na elementy, na które – naszym zdaniem – kładziono zbyt mały nacisk, choć były do tej pory obecne w nauczaniu.

Na przykład wszystkie programy nauczania obejmują kształcenie umiejętności rachunków pamięciowych. My jednak na obliczenia pamięciowe kładziemy znacznie większy nacisk, co znajduje odzwierciedlenie nie tylko w niniejszych założeniach, lecz także – i przede wszystkim – w liczbie godzin przeznaczonych na kształtowanie tych umiejętności.

Podobnie w wielu programach nauczania mówi się o potrzebie takiej organizacji pracy na lekcji, aby każdy uczeń mógł pracować zgodnie ze swoimi umiejętnościami. My jednak nie tylko zwracamy na to uwagę, lecz także wskazujemy – w dalszych częściach programu – konkretne metody osiągnięcia tego celu.

Czasem jednak proponujemy rozwiązania odmienne od przyjmowanych, przynajmniej w części dotychczasowych programów. Na przykład materiał dotyczący geometrii przestrzennej omawiamy, grupując go według kolejnych zagadnień, a nie rodzajów brył.

W dalszej części przedstawiamy podstawowe założenia i cechy wyróżniające nasz program spośród innych.

Podkreślanie roli matematyki w życiu codziennym i różnych dziedzinach wiedzy

Ucząc matematyki na poziomie szkoły podstawowej, pokazujemy zastosowania nabywanych umiejętności w innych przedmiotach matematyczno-przyrodniczych, jak również w życiu codziennym i w dziedzinach humanistycznych.

Przykłady mogą tutaj stanowić:

- obliczenia dotyczące danych geograficznych, np. liczby ludności państw i miejscowości, wielkości miast, odległości między miejscowościami,
- obliczenia związane z przyrodą ożywioną, np. liczebnością organizmów (w szczególności liczebność gatunków zagrożonych), rozmiarami i masami organizmów,
- obliczenia związane z datami wydarzeń historycznych (długość przedziałów czasu pomiędzy wydarzeniami, podział lat na stulecia itp.),
- obliczenia związane z urządzeniami technicznymi,
- obliczenia dotyczące codziennego otoczenia ucznia (np. rozmiary i masa przedmiotów codziennego użytku, powierzchnia mieszkań i gruntów, obliczenia związane z cenami i pieniędzmi),
- opisywanie własności figur geometrycznych znajdujących się w otoczeniu ucznia (w dziełach człowieka oraz przyrodzie ożywionej i nieożywionej),
- zastosowanie pojęcia skali przy czytaniu i sporządzaniu map i planów.

Przy wprowadzaniu nowych pojęć matematycznych szukamy ich modeli w otoczeniu. Dotyczy to zarówno pojęć geometrycznych (figury geometryczne, miary), jak i arytmetycznych (np. sposoby rachowania). Pozwala to dziecku używać umiejętności matematycznych także w życiu codziennym.

Sięganie do treści innych przedmiotów
Ćwicząc umiejętności matematyczne, sięgamy do treści z innych przedmiotów, jak choćby do treści wskazanych wyżej, co poszerza wiedzę ucznia, a jednocześnie pokazuje integralny charakter wiedzy.

Nacisk na obliczenia pamięciowe i szacowanie
Uważamy, że nauce rachunków pamięciowych, w tym obliczeń przybliżonych i szacowania, należy poświęcić znacznie więcej uwagi.
Rachunki pamięciowe kształcą zdolność rozumowania matematycznego, pozwalając dobierać metodę postępowania odpowiednio do sytuacji. Obliczenia przybliżone i szacowanie pozwalają także wykształcić intuicję związaną z liczbami, co z kolei pomaga rozumieć znaczenie danych liczbowych z różnych dziedzin. Umożliwiają również kontrolę poprawności wyników przy wykonywaniu dokładnych obliczeń.
W życiu codziennym uczniowie do bardziej skomplikowanych obliczeń będą używać kalkulatora. Ważne jest jednak, aby najpierw zastanawiali się, czy jego użycie jest rzeczywiście potrzebne.
Równie ważny jest nawyk szacowania wyniku przed wykonaniem dokładnych obliczeń (zarówno pisemnych, jak i na kalkulatorze). Pozwala on kontrolować poprawność wyników i uniknąć oczywistych błędów. Kształcenie nawyku samokontroli ma przy tym nie tylko znaczenie dydaktyczne, lecz także wychowawcze, można go bowiem przenosić na inne aktywności.

Poglądowe i intuicyjne podejście do geometrii
Ucząc geometrii, skupiamy się początkowo na kształceniu umiejętności dostrzegania figur geometrycznych w otoczeniu, wykonywaniu rysunków (odręcznie i za pomocą przyrządów), mierzeniu i szacowaniu wielkości. Dopiero potem przechodzimy do wykonywania bardziej formalnych obliczeń i korzystania ze wzorów.
Uważamy, że ćwiczenia w mierzeniu pomagają uczniowi zrozumieć pojęcia długości, pola i objętości dużo lepiej niż abstrakcyjne obliczenia.
Jak wynika z doświadczeń nauczycieli, wielu uczniów nie próbuje sobie nawet wyobrazić treści geometrycznej zadania, ale mechanicznie stosuje sposoby algebraiczne. Prowadzi to do licznych błędów, ponieważ wzory algebraiczne, które nie kojarzą się z treścią geometryczną, łatwo zapomnieć lub pomylić.
Nasze podejście znajduje odzwierciedlenie w układzie materiału z geometrii, który opiera się raczej na zasadzie stopniowania trudności, a nie na zbieraniu w jeden dział programowy zagadnień związanych z jedną figurą geometryczną. To podejście jest szczególnie ważne w geometrii przestrzennej, która stanowi dla uczniów wyjątkowo trudny dział matematyki.

Nauczanie dostosowane do poziomu każdego ucznia
Od dawna mówi się o konieczności zindywidualizowanego podejścia do ucznia. Niestety, w licznej i bardzo zróżnicowanej klasie jest to trudne, nawet przy najlepszych chęciach i kwalifikacjach nauczyciela. Proponujemy wykorzystanie zadań, które pozwolą każdemu uczniowi pracować we własnym tempie i ćwiczyć umiejętności na właściwym dla niego poziomie. Problem ten szczegółowo omawiamy w rozdziale „Procedury osiągania szczegółowych celów edukacyjnych".
W praktyce szkolnej często największą wagę przywiązuje się do pomocy uczniom najsłabszym, która oczywiście jest ważna, ale nie może odbywać się kosztem zdolniejszych. Nie jest prawdą obiegowy pogląd, że „zdolny sam sobie poradzi". Uczeń ponadprzeciętny także wymaga wsparcia, bo choć bez niego opanuje program szkolny, to nie zawsze będzie umiał w pełni wykorzystać swoje możliwości.

Wykorzystanie metod aktywizujących
Metody aktywizujące ucznia nie są tylko urozmaiceniem pracy na lekcji. Pozwalają one często na lepsze i głębsze zrozumienie wprowadzanych pojęć, gdyż pobudzają wszystkie zmysły dziecka.
Dlatego proponujemy rozpoczynanie nowego tematu od ćwiczeń aktywizujących, pozwalających przybliżyć pojęcia i twierdzenia wprowadzane na zaczynającej się lekcji lub przypomnieć wcześniej nabyte umiejętności, które będą na niej potrzebne. Piszemy o tym dokładniej w rozdziale „Procedury osiągania szczegółowych celów edukacyjnych".
Stosowanie metod aktywizujących proponujemy również przy ćwiczeniu umiejętności matematycznych (np. rachunków). Pozwolą one uczniom znacznie bardziej zaangażować się w pracę.

Zadania wychowawcze matematyki
Niezależnie od roli matematyki w życiu codziennym i różnych dziedzinach wiedzy, nauczanie tego przedmiotu ma także ważną rolę wychowawczą. Temu zagadnieniu poświęcamy osobny rozdział programu.

2 Środki dydaktyczne potrzebne do realizacji programu

Podstawowymi środkami dydaktycznymi dla ucznia są podręcznik i zeszyt ćwiczeń.
Ponadto na lekcjach matematyki uczeń będzie korzystać z typowych pomocy szkolnych: linijki, ekierki, kątomierza, cyrkla, kolorowych ołówków, kleju, nożyczek itp. Niekiedy potrzebny będzie prosty kalkulator (przynajmniej jeden na ławkę).
Choć możliwość używania komputerów nie jest koniecznym warunkiem korzystania z niniejszego programu, może ona nie tylko uatrakcyjnić naukę, lecz także poprawić jej wyniki. Uczniowie mogą posługiwać się komputerami zarówno w czasie lekcji w pracowni komputerowej, jak i – w miarę możliwości – w domu.

Mogą przy tym wykorzystywać zarówno programy napisane specjalnie do realizacji niniejszego programu nauczania, jak i inne programy dydaktyczne do nauczania matematyki. Rozwiązaniem optymalnym wydaje się zapoznanie z edukacyjnymi programami komputerowymi w szkole i kontynuacja pracy na komputerach domowych uczniów.

3 Szczegółowe cele edukacyjne – cele kształcenia

Nauczanie matematyki w II etapie edukacyjnym służy wielu celom, które podzieliliśmy na kilka grup. Wiele z tych celów dotyczy nauczania matematyki na każdym etapie kształcenia, choć sposób ich realizacji zależy od wieku uczniów.

Cele związane z kształceniem sprawności w posługiwaniu się liczbami
- Wykształcenie sprawności w rachunkach pamięciowych w zakresie liczb całkowitych oraz wymiernych dodatnich.
- Wykształcenie sprawności w szacowaniu i obliczeniach przybliżonych.
- Wykształcenie intuicji związanej z dużymi liczbami, a także z jednostkami masy i pieniędzy.
- Sprawne wykonywanie obliczeń związanych z czasem.
- Opanowanie algorytmów działań pisemnych.
- Opanowanie algorytmów działań na ułamkach zwykłych i dziesiętnych.
- Wykształcenie umiejętności rozwiązywania zadań tekstowych.
- Wykształcenie umiejętności sprawnego wykonywania obliczeń różnymi metodami i wyboru odpowiedniej metody do danego zagadnienia.
- Sprawne posługiwanie się kalkulatorem.

Cele związane z kształceniem wyobraźni geometrycznej i umiejętności geometrycznych
- Opanowanie pojęć geometrii płaskiej i przestrzennej.
- Dostrzeganie figur i brył w otaczającym świecie.
- Rozwinięcie sprawności manualnej w wykonywaniu modeli, sporządzaniu rysunków (także figur przestrzennych) odręcznie i za pomocą odpowiednich przyrządów.
- Sprawne posługiwanie się jednostkami długości, pola i objętości.
- Opanowanie umiejętności szacowania i obliczania miar figur.

Cele związane z kształceniem umiejętności rozumowania
- Dostrzeganie zależności matematycznych w otaczającym świecie.
- Logiczne uzasadnianie swoich sądów.
- Wykształcenie samokontroli i krytycznej refleksji nad uzyskanymi wynikami.

Cele związane ze stosowaniem matematyki w życiu codziennym i różnych dziedzinach wiedzy
- Wykształcenie umiejętności wyboru właściwego sposobu obliczeń i wykonywania ich z dokładnością odpowiednią do zagadnienia.
- Wykształcenie umiejętności szacunkowej oceny liczby, długości, pola i objętości w sytuacjach z życia codziennego.
- Wykształcenie umiejętności odczytywania danych przedstawionych w różny sposób (tekst słowny, tabela, diagram, rysunek) oraz prezentowania danych (w prostych wypadkach).
- Wykształcenie umiejętności wyboru modelu matematycznego stosownie do sytuacji.
- Wykształcenie umiejętności stosowania pojęć matematycznych w życiu codziennym.
- Wykształcenie zrozumienia pojęć matematycznych potrzebnych do dalszej nauki matematyki i innych przedmiotów.
- Wykształcenie umiejętności czytania i tworzenia różnego rodzaju tekstów z wykorzystaniem danych liczbowych i rysunków oraz rozwiązywania problemów na podstawie takich tekstów.

4 Szczegółowe cele edukacyjne – cele wychowawcze i ponadprzedmiotowe

Każdy nauczyciel, niezależnie od pełnionej funkcji wychowawcy określonej klasy, wychowuje wszystkich swoich uczniów. Zależnie od różnych okoliczności musi podejmować różnorodne działania wychowawcze. Jednakże specyfika matematyki jako przedmiotu nauczania pozwala w szczególny sposób podkreślać i realizować niektóre cele wychowawcze.

Zainteresowanie przedmiotem
Zainteresowanie uczniów matematyką jest celem podstawowym, umożliwiającym realizację pozostałych celów dydaktycznych i wychowawczych. Realizacji tego celu służy zarówno różnorodność form i metod pracy, jak i zróżnicowana tematyka zadań. Proponowane przez nas w „Procedurach osiągania szczegółowych celów edukacyjnych" metody pracy (np. zadania wielopoziomowe, czynnościowe wprowadzanie tematów) będą sprzyjać realizacji tego celu. Zadania matematyczne pozwalają wykorzystywać przeróżne tematy. Można sięgać do zagadnień interesujących wielu uczniów, takich jak np. sport czy rozrywka. Warto również rozbudzać zainteresowa-

nia uczniów innymi przedmiotami, sięgając do treści przyrodniczych, historycznych itd.

Rozwijanie myślenia i aktywności intelektualnej

Kształcenie matematyczne zawsze w pewnej mierze obejmuje kształcenie sprawności rachunkowej, polegającej często na sprawnym korzystaniu z algorytmów. Nie można jednak zapominać o rozwijaniu myślenia. Umiejętność wyboru metody najbardziej odpowiedniej do danego celu czy nawet opracowania własnej metody rozwiązania nietypowego problemu potrzebna będzie nie tylko na lekcjach matematyki i nie tylko w szkole.

Czasem uważa się, że kształcenie myślenia jest możliwe tylko u uczniów zdolnych, przeciętni zaś i słabi powinni poprzestać na posługiwaniu się algorytmami. Naszym zdaniem jest to pogląd błędny. Nawet słaby uczeń może samodzielnie rozwiązywać problemy matematyczne, choć oczywiście prostsze niż jego zdolny kolega.

Sądzimy, że nacisk na obliczenia pamięciowe i szacowanie, będący wyróżnikiem naszego programu, sprzyja temu celowi. Obliczenia pamięciowe za każdym razem wymuszają wybór najwygodniejszej metody. Inaczej obliczymy w pamięci różnicę 206 – 105, a zupełnie inaczej 206 – 199. Przy zastosowaniu odpowiedniej metody to drugie działanie nie jest wcale trudniejsze od pierwszego, choć gdyby zastosować do niego algorytm działania pisemnego – byłoby bardzo trudne.

Kształcenie systematyczności w pracy

Choć każdy przedmiot nauczania stanowi pewną całość logicznie powiązanych części, w matematyce szczególnie ważna jest konieczność systematycznej pracy. O ile np. w nauce historii można doskonale orientować się w przebiegu II wojny światowej, mając tylko podstawowe wiadomości z historii średniowiecza, o tyle w matematyce nabywane wcześniej umiejętności potrzebne są do dalszej nauki. Kto nie opanuje czterech działań arytmetycznych w zakresie liczb naturalnych, nie poradzi sobie z działaniami na ułamkach, później zaś – w szkole ponadgimnazjalnej – nie będzie mógł posługiwać się funkcjami wymiernymi.

Nauczyciel powinien zwracać uwagę na te zależności. Uczeń natomiast powinien być świadomy, że im lepiej pracuje dziś, tym łatwiej będzie mu pracować jutro, a wszelkie braki w wiadomościach i tak będzie musiał nadrobić – prawdopodobnie wkładając w to większy wysiłek.

Wykształcenie nawyku samokontroli

W nauce matematyki i w aktywności matematycznej samokontrola jest możliwa w większym stopniu niż w wielu innych przedmiotach. Powszechnie stosowane w nauczaniu matematyki wykonywanie sprawdzeń przez działania odwrotne (np. sprawdzanie odejmowania przez dodawanie) jest tego ważnym przykładem. Drugą ważną metodą, specyficzną dla naszego programu, jest nacisk na kontrolę dokładnego wyniku poprzez jego wcześniejsze oszacowanie.

Intuicyjne wprowadzanie pojęć geometrycznych, charakterystyczne dla naszego podejścia, także sprzyja samokontroli. Uczeń, który rozumie intuicyjnie, że 500 cm^3 wody to zaledwie dwie szklanki, nie odpowie, że taka jest pojemność cysterny, nawet jeśli taki wynik otrzymał z (błędnych) rachunków.

Niezależnie od sposobu dostrzeżenia błędu należy zachęcać uczniów, aby nie tylko poprawili go i podali poprawny wynik, ale przede wszystkim zastanowili się nad przyczyną otrzymania błędnej odpowiedzi.

Zachęcanie do rozwijania swoich umiejętności poprzez porównywanie aktualnego stanu wiedzy z poprzednim

Wśród metod aktywizujących ucznia często wymieniane są gry. Rzeczywiście, mogą one zainteresować uczniów i zachęcić ich do pracy. Jeśli jednak uczeń słabszy zawsze przegrywa, a uczeń zdolniejszy zawsze wygrywa, i to bez wysiłku, żaden z nich nie jest zmotywowany do pracy.

Dlatego dobrym rozwiązaniem jest wielokrotne wykonywanie prostych ćwiczeń sprawdzających daną umiejętność, aby każdy uczeń mógł obserwować swoje postępy i porównywać umiejętności z ich wcześniejszym stanem, a nie z umiejętnościami innych uczniów. Piszemy o tym dokładniej w „Procedurach osiągania szczegółowych celów edukacyjnych".

Powierzanie uczniom coraz większej odpowiedzialności za efekty własnej nauki

Realizacja tego celu zależy w większym stopniu od nauczyciela niż od zaleceń programu nauczania. Dajemy jednak do tego narzędzie: zadania wielopoziomowe (opisane dokładniej w rozdziale „Procedury osiągania szczegółowych celów edukacyjnych").

Pozwalają one każdemu uczniowi pracować na poziomie odpowiednim do swoich umiejętności, a przy tym zapobiegają sytuacji, w której uczeń poprzestaje na wykonaniu kilku łatwych ćwiczeń.

Kształcenie samodzielności

Te same zadania służą jednocześnie innemu celowi: kształceniu samodzielności. Jednak samodzielność na lekcjach matematyki kształcimy zawsze wtedy, gdy zachęcamy uczniów do wyboru metody rozwiązywania zadania czy do samodzielnej kontroli poprawności rozwiązania.

Kształcenie staranności wykonywania pracy

Uczniowie kształcą staranność zarówno w wykonywaniu obliczeń, jak i rozmaitych czynności manualnych: sporządzaniu rysunków, modeli brył oraz prostych pomocy dydaktycznych (wycinanie kart do gry z zeszytu ćwiczeń itp.). Sprzyja to jednocześnie rozumieniu własnej odpowiedzialności – uczeń sam gromadzi materiały i tylko do siebie może mieć pretensje za ich nieodpowiednie przygotowanie.

Nabieranie przeświadczenia o dużym znaczeniu wiedzy i umiejętności w życiu codziennym
Rozwiązując zadania dotyczące codziennych sytuacji, uczeń dowiaduje się, w jaki sposób wiedza szkolna przyda mu się w życiu codziennym, a nie tylko w szkole.

Nabieranie przeświadczenia o integralnym charakterze wiedzy
II etap edukacyjny następuje bezpośrednio po edukacji wczesnoszkolnej. Po raz pierwszy w procesie nauki dziecka pojawiają się osobne przedmioty, jak matematyka i historia. Jest to moment, w którym powinniśmy zapobiegać powstawaniu w umysłach uczniów podziału na „wiedzę matematyczną", „wiedzę przyrodniczą" itp. Sprzyja temu rozwiązywanie zadań dotyczących różnych dziedzin wiedzy. Warto, aby takie zadania zawierały czasem dodatkowe pytania wykraczające poza matematykę, np. po obliczeniu długości węża uczeń może zostać zapytany, czy zwierzę to jest gadem, czy ssakiem.

5 Materiał nauczania. Liczba godzin lekcyjnych

Liczba godzin
Nasz program przygotowany jest do realizacji w przewidzianym na to w przepisach minimalnym czasie 385 godzin lekcyjnych w trzyletnim okresie nauczania. Można przyjąć, że w praktyce szkolnej niemal zawsze będą to 4 godziny lekcyjne tygodniowo w każdej klasie.
W roku szkolnym jest około 38 tygodni, ponieważ jednak niektóre dni są wolne od zajęć, np. z powodu świąt, można zakładać, że w roku odbywa się nieco więcej niż 120 lekcji.
Wskazane liczby godzin obejmują także czas potrzebny na powtórzenie i sprawdzenie wiadomości.

Możliwości nauczania przy zwiększonej liczbie godzin
W żadnej szkole nie zajdzie konieczność zmniejszenia liczby godzin wynikającej z rozkładu materiału, gdyż opiera się ona na określonym w przepisach minimum. Przewidziane do realizacji w tym czasie treści również nie powinny być pomijane, ponieważ wynikają z obowiązującej podstawy programowej.
Często zdarza się jednak, że nauczyciel ma do dyspozycji większą liczbę godzin dzięki godzinom przyznanym przez dyrektora szkoły. W takim wypadku można by rozważać wprowadzanie dodatkowych tematów. Jednak naszym zdaniem – z punktu widzenia jakości kształcenia matematycznego uczniów – lepszym rozwiązaniem będzie przeznaczenie dodatkowego czasu na rozwiązywanie ciekawszych, bardziej kształcących zadań dotyczących obowiązkowych tematów, rozwiązywanie zadań wieloma metodami itp.
Dobry matematyk to przecież nie taki, który zna wiele twierdzeń i pojęć, ale taki, który głębiej rozumie i lepiej umie wykorzystywać swoją wiedzę. Na gruncie matematyki szkolnej można sformułować wiele kształcących zadań, a rozwijanie myślenia matematycznego będzie dla uczniów cenniejsze niż wprowadzenie nowych wiadomości (na ogół i tak będą one wprowadzane ponownie w następnych klasach).

Specyfika rozkładu materiału nauczania
Niektóre rozwiązania w rozkładzie materiału są – i często muszą być – podobne we wszystkich programach nauczania. Poniżej zwracamy uwagę na ważne cechy wyróżniające nasz program nauczania.

Duża liczba godzin przeznaczonych na rachunki pamięciowe, rachunki przybliżone i szacowanie
Wynika to z naszego przekonania o dużym znaczeniu tych umiejętności w kształceniu myślenia matematycznego i umiejętności samokontroli, a także – co nie jest bez znaczenia w praktyce szkolnej – z systemu egzaminacyjnego, który premiuje umiejętność szybkiego rozwiązywania zadań zamkniętych.
Rzecz jasna, przy skończonej liczbie godzin do dyspozycji, zwiększenie liczby godzin na rachunki pamięciowe musi odbić się na liczbie godzin przeznaczonych na rachunki pisemne. Nie musi się to jednak wiązać ze słabszym opanowaniem algorytmów. Czas można zaoszczędzić, ćwicząc algorytm bez piętrzenia trudności rachunkowych. Nie bez znaczenia jest także to, że sprawne wykonywanie rachunków pamięciowych przyspiesza wykonywanie rachunków pisemnych. Uczniowie, którzy więcej czasu poświęcili na rachunki pamięciowe, mogą szybciej opanować te same umiejętności w zakresie algorytmów działań pisemnych.

Intuicyjne i stopniowe wprowadzanie pojęć geometrycznych
W wielu dotychczasowych programach nauczania na pierwszych lekcjach geometrii uczniowie spotykali się z najbardziej abstrakcyjnymi problemami tej gałęzi matematyki. Mieli odróżniać prostą od półprostej i odcinka, choć na rysunku faktycznie zawsze widzimy tylko odcinek, rozważać problemy związane z nieskończonością i nieograniczonością figur.
W naszym programie ograniczamy te abstrakcyjne rozważania tylko do minimum koniecznego do właściwego rozumienia podstawowych pojęć. Ponadto unikamy nagromadzenia pojęć na pierwszych lekcjach w klasie 4, przesuwając pojęcie półprostej i kąta (jako nieograniczonej figury na płaszczyźnie) do klasy 5. W klasie 4 uczniowie spotykają się tylko z kątami wielokątów, co stanowi naturalne przygotowanie do ogólnego pojęcia kąta, odzwierciedlające zresztą w pewnym stopniu historyczny rozwój tego pojęcia.
Jeszcze ważniejsze jest stopniowanie trudności w geometrii przestrzennej, należy ona bowiem do działów sprawiających uczniom największe trudności.
Jako przykład rozważmy pojęcie objętości. W niektórych programach nauczania uczniowie poznają to pojęcie i od razu obliczają objętość prostopadłościanu.

Niestety, u wielu uczniów efekt jest taki, że ogólne pojęcie objętości nie zostaje przez nich zrozumiane, a objętość kojarzy się im wyłącznie ze wzorami algebraicznymi. Uczeń umie – dopóki tego nie zapomni – obliczać objętość, ale nie wie, co właściwie oblicza.
Postanowiliśmy postąpić inaczej. W klasie 4 uczeń tylko zapoznaje się z samym pojęciem objętości, czemu sprzyjają ćwiczenia czynnościowe: układanie klocków, klejenie jednostkowych sześcianów z plasteliny itp. Dopiero w klasie 5 uczy się obliczać objętość prostopadłościanu, a w klasie 6 – graniastosłupa.
W większości programów nauczania bryły omawia się po kolei: najpierw prostopadłościany, następnie graniastosłupy i ewentualnie ostrosłupy. Zgodnie z takim układem nawet skomplikowane pojęcia i umiejętności, np. obliczanie pola powierzchni, pojawiają się dość wcześnie – wtedy, gdy zostaje wprowadzony prostopadłościan.
Przyjęliśmy inny układ. Najpierw (w klasie 4) uczymy rozpoznawać bryły i ich elementy. Zapoznajemy także ucznia wstępnie z pojęciem objętości (bez jej obliczania). Następnie (w klasie 5) wprowadzamy obliczanie objętości prostopadłościanów oraz budowanie modeli brył i obserwowanie ich siatek, a najtrudniejszą umiejętność – obliczanie pola powierzchni – pozostawiamy do klasy 6 (gdy uczeń dobrze opanował obliczanie pól figur płaskich).

Działy „Matematyka i my”
W klasach 5 i 6 wprowadzamy działy „Matematyka i my”. Pojawia się w nich niewiele nowych pojęć i umiejętności czysto matematycznych. Stanowią one jednak okazję do innego spojrzenia na opanowane umiejętności i do ćwiczenia tych umiejętności w sytuacjach związanych z życiem codziennym.
Takie rozwiązanie sprzyja zarówno ćwiczeniu i lepszemu zrozumieniu umiejętności matematycznych, jak i nabywaniu umiejętności stosowania wiedzy do rozwiązywania problemów praktycznych.

Klasa 4

1. Liczby naturalne – część 1 (21 h)
Liczby naturalne na osi liczbowej.
Porównywanie liczb (znaki <, >, =). Porównywanie różnicowe i ilorazowe.
Cztery działania arytmetyczne w zakresie liczb naturalnych bez wykorzystania algorytmów działań pisemnych.
Ćwiczenia sprawności rachunkowej.
Zastosowanie praw działań do ułatwiania obliczeń.
Dzielenie z resztą. Podzielność liczb.
Zadania tekstowe.

2. Liczby naturalne – część 2 (23 h)
Obliczenia związane z miarami czasu (godziny i minuty, kalendarz).
Proste cyfry rzymskie (liczby złożone ze znaków I, V, X).
Kwadraty i sześciany liczb naturalnych.
Cechy podzielności.
Kolejność wykonywania działań.
Szacowanie wyników działań.

3. Działania pisemne (17 h)
Algorytmy pisemnego dodawania, odejmowania i mnożenia liczb naturalnych.
Dzielenie pisemne (nadobowiązkowo).
Szacowanie wyników działań.

4. Figury geometryczne – część 1 (21 h)
Proste, odcinki i punkty. Prostopadłość i równoległość.
Mierzenie długości. Posługiwanie się przyrządami i szacowanie długości.
Przeliczanie jednostek długości w zakresie liczb naturalnych i wyrażeń dwumianowanych.
Ćwiczenia w sporządzaniu rysunków odręcznie i za pomocą przyrządów.
Rozpoznawanie figur geometrycznych w otoczeniu.
Prostokąty i kwadraty, wielokąty. Bok, wierzchołek wielokąta. Kąt w wielokącie.
Obwód figury i jego obliczanie.
Odbicia lustrzane (oś symetrii figury).
Koła i okręgi, pojęcia: środek, promień, średnica, łuk.
Skala i plan. Czytanie map.

5. Ułamki zwykłe (16 h)
Ułamek jako część całości i jako iloraz.
Porównywanie ułamków o jednakowych mianownikach i ułamków o jednakowych licznikach.
Skracanie i rozszerzanie ułamków.
Liczby mieszane i ułamki niewłaściwe.
Ułamki na osi liczbowej.
Zamiana liczby mieszanej na ułamek zwykły i odwrotnie.
Dodawanie i odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach.
Mnożenie ułamka zwykłego przez liczbę naturalną.

6. Ułamki dziesiętne (14 h)
Zapisywanie i odczytywanie ułamków dziesiętnych, zamiana ich na ułamki zwykłe.
Zamiana ułamka zwykłego na dziesiętny tylko przez rozszerzanie.
Wyrażenia dwumianowane i ich postać dziesiętna.
Porównywanie ułamków dziesiętnych.
Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych oraz mnożenie i dzielenie ich przez 10, 100, 1000...

7. Figury geometryczne – część 2 (16 h)
Pole figury. Jednostki pola. Pole prostokąta.
Wstępne wiadomości z geometrii przestrzennej.
Prostopadłościan i sześcian, ich elementy, ich rysunki.
Graniastosłup i ostrosłup, walec, stożek i kula – rozpoznawanie brył w otoczeniu.
Zapoznanie z pojęciem objętości.

Klasa 5

1. Liczby naturalne (22 h)
Ćwiczenia w rachunkach pamięciowych i przybliżonych.
Porównywanie różnicowe i ilorazowe.
Rozszerzenie pojęcia potęgi na dowolny naturalny wykładnik.
Cyfry rzymskie.
Podzielność liczb (powtórzenie). Liczby pierwsze i złożone.
Dodawanie, odejmowanie i mnożenie pisemne (powtórzenie). Dzielenie pisemne.

2. Figury geometryczne (21 h)
Proste i półproste. Kąt, rodzaje kątów. Porównywanie kątów. Mierzenie kątów.
Kąty wierzchołkowe i kąty przyległe.
Suma kątów trójkąta. Nierówność trójkąta. Klasyfikacja trójkątów. Wysokość trójkąta.
Czworokąty: równoległoboki, romby, trapezy.

3. Ułamki zwykłe (17 h)
Powtórzenie wiadomości z klasy 4.
Dodawanie i odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach.
Ułamki na osi liczbowej.
Zamiana liczby mieszanej na ułamek zwykły i odwrotnie.
Dodawanie i odejmowanie ułamków o różnych mianownikach.
Ułamek liczby. Mnożenie i dzielenie ułamka przez liczbę naturalną oraz ułamka przez ułamek.
Wykonywanie działań na ułamkach.

4. Ułamki dziesiętne (13 h)
Ułamki dziesiętne, przeliczanie ułamków dziesiętnych na zwykłe i zwykłych na dziesiętne, także za pomocą dzielenia, ale tylko w wypadku skończonego rozwinięcia.
Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych (powtórzenie).
Mnożenie i dzielenie ułamków dziesiętnych.
Wykorzystanie działań na ułamkach dziesiętnych do zamiany jednostek.

5. Matematyka i my (14 h)
Obliczenia w zakresie liczb naturalnych i ułamków dotyczące czasu, miar, wag i pieniędzy.
Gromadzenie, porządkowanie i graficzne przedstawianie danych.
Czytanie i sporządzanie różnych rodzajów tekstów (także tabel, diagramów).
Średnia arytmetyczna. Zapoznanie z pojęciem procentu.

6. Pola figur (12 h)
Przypomnienie pojęcia pola i jego jednostek.
Pole prostokąta, równoległoboku, trójkąta, rombu, trapezu.

7. Liczby całkowite (11 h)
Pojęcie liczby ujemnej. Liczby całkowite na osi.
Porównywanie i porównywanie różnicowe liczb całkowitych.
Dodawanie i odejmowanie liczb całkowitych.
Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych.
Zadania tekstowe z zastosowaniem liczb całkowitych.

8. Figury przestrzenne (10 h)
Objętość i pojemność oraz ich jednostki. Objętość prostopadłościanu.
Siatki prostopadłościanu.

Klasa 6

1. Liczby naturalne i ułamki (32 h)
Powtórzenie wiadomości i dalsze ćwiczenie umiejętności z klasy 4 i 5.
Ćwiczenie sprawności rachunkowych. Wykorzystanie kalkulatora.
Działania, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne.
Ułamki okresowe. Zaokrąglanie ułamków dziesiętnych.
Rozwiązywanie równań metodą działań przeciwnych.

2. Figury geometryczne (29 h)
Powtórzenie wiadomości o własnościach figur płaskich.
Odległość punktu od prostej.
Konstruowanie trójkątów.
Powtórzenie wiadomości o polach figur i o figurach przestrzennych.
Objętość graniastosłupa.
Użycie jednostek objętości i pojemności w sytuacjach praktycznych.
Siatka i pole powierzchni graniastosłupa i ostrosłupa.

3. Liczby dodatnie i ujemne (15 h)
Cztery działania arytmetyczne na liczbach całkowitych.

4. Matematyka i my (28 h)
Obliczenia dotyczące czasu, miar i wag, pieniędzy oraz prędkości, czasu i drogi.
Czytanie i sporządzanie różnych rodzajów tekstów (także tabele, diagramy).
Graficzne przedstawianie danych.
Czytanie map.
Korzystanie ze wzorów algebraicznych w sytuacjach praktycznych.
Oznaczenia literowe wielkości liczbowych.
Użycie wzorów w sytuacjach praktycznych.
Pojęcie procentu.

5. Przed gimnazjum (18 h)
Obliczanie procentu danej liczby. Diagramy słupkowe i kołowe.
Rozwiązywanie prostych równań z jedną niewiadomą i ich zastosowanie do zadań tekstowych.
Redukcja wyrazów podobnych występujących w równaniach.

Rozwiązywanie zadań tekstowych za pomocą równań.
Układ współrzędnych, współrzędne punktu. Proste zadania geometryczne w układzie współrzędnych.

6 Opis założonych osiągnięć ucznia

Ogólny opis osiągnięć
Opis ogólnych planowanych osiągnięć ucznia podajemy z podziałem na poszczególne poziomy. Ułatwi to nauczycielom określenie szczegółowych wymagań na poszczególne oceny, zgodnie z realiami danej szkoły i przyjętym systemem oceniania. Na każdym poziomie obowiązują także wszystkie wymagania z poziomów niższych.

Na poziomie **koniecznym** uczeń:
- wykonuje (zwykle poprawnie) działania arytmetyczne niezłożone rachunkowo (zwłaszcza przy nowo poznanych metodach obliczeń wymagamy tylko najprostszych przykładów),
- rozwiązuje najprostsze zadania tekstowe, łatwe zarówno pod względem złożoności tekstu, jak i złożoności obliczeń,
- rozumie najważniejsze pojęcia matematyczne, konieczne do formułowania i rozwiązywania prostych zadań,
- wykonuje rysunki prostych figur geometrycznych, dokonuje prostych pomiarów długości,
- rozwiązuje najprostsze zadania geometryczne.

Na poziomie **podstawowym** uczeń:
- wykonuje (na ogół poprawnie) działania arytmetyczne niezbyt złożone rachunkowo,
- rozwiązuje proste zadania tekstowe,
- rozumie pojęcia matematyczne, stosuje je w prostych wypadkach,
- wykonuje rysunki figur geometrycznych; posługuje się cyrklem, linijką, ekierką i kątomierzem,
- wykonuje i czyta rysunki przestrzenne, odpowiada na ich podstawie na proste pytania,
- rozwiązuje proste zadania geometryczne.

Na poziomie **rozszerzonym** uczeń:
- sprawnie wykonuje działania arytmetyczne, także bardziej złożone rachunkowo, rzadko popełniając pomyłki,
- rozwiązuje typowe zadania tekstowe,
- rozumie i stosuje pojęcia matematyczne,
- wykonuje rysunek potrzebny do rozwiązania zadania geometrycznego, także bardziej złożonego, i na jego podstawie rozwiązuje zadanie.

Na poziomie **dopełniającym** uczeń:
- sprawnie i niemal bezbłędnie wykonuje działania arytmetyczne, także nowo poznane, bardzo rzadko popełniając pomyłki,
- rozwiązuje również trudniejsze zadania tekstowe, wyszukując dane w złożonym tekście,
- rozumie pojęcia matematyczne, stosuje je też w nietypowych sytuacjach,
- rysuje figury geometryczne o zadanych własnościach,
- odpowiada na pytania dotyczące figur przestrzennych na podstawie rysunków lub siatek tych brył,
- w niektórych wypadkach samodzielnie znajduje metodę rozwiązania zadania,
- rozwiązuje trudniejsze zadania geometryczne.

Poziom **wykraczający** to z definicji wszystko, co nie mieści się w pozostałych poziomach.
W szczególności obejmuje on rozwiązywanie zadań konkursowych.

Opis założonych osiągnięć ucznia
Szczegółowy opis osiągnięć przedstawiono w tabeli. Osiągnięcia zostały podzielone na podstawowe („p") i ponadpodstawowe („pp"). Wśród osiągnięć podstawowych znajdują się osiągnięcia na poziomie koniecznym i podstawowym, a wśród osiągnięć ponadpodstawowych – osiągnięcia na poziomie rozszerzonym i dopełniającym.
W rubryce „Klasa" podano numer klasy, w której dana umiejętność pojawia się po raz pierwszy (w szczególności wymagana jest na końcu danego roku). Osiągnięcia z niższych klas są dalej ćwiczone i obowiązują także w klasach wyższych.
Ze względu na częściowo spiralny układ materiału niektóre umiejętności ponadpodstawowe w danej klasie są wymienione jako podstawowe w klasie wyższej. Kursywą wyróżniono treści wykraczające poza podstawę programową.

Dział programowy	Osiągnięcia Uczeń:	Podstawa programowa	Klasa		
			4	5	6
Liczby naturalne – obliczenia pamięciowe	zaznacza liczby naturalne na osi liczbowej – gdy podziałka odpowiada różnicy o 1 – w innych wypadkach	1.2	 p pp	 p	
	rozumie znaczenie poszczególnych cyfr w zapisie pozycyjnym liczby naturalnej	1.1	p		
	dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli niewielkie liczby w pamięci, wykorzystując prawa przemienności i łączności	2.1; 2.3; 2.5	p		
	mnoży w pamięci liczbę dwucyfrową przez jednocyfrową, korzystając z rozdzielności mnożenia względem dodawania	2.5	pp		
	porównuje liczby, stosuje znaki <, >, =	1.3	p		
	stosuje porównanie różnicowe i ilorazowe	2.6	p		
	dzieli z resztą liczby naturalne	2.4	p		
	oblicza potęgi liczb naturalnych: – drugą i trzecią – o *dowolnym naturalnym wykładniku*	2.10	 p	 p	
	wykonuje obliczenia, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań	2.11	p		
Cyfry rzymskie	stosuje rzymski zapis liczb: – w zakresie I – XXXIX – *w zakresie XL – MMMCMXCIX*	1.5	 p	 pp	
Własności liczb naturalnych	rozumie pojęcie podzielności liczb	2.7	p		
	stosuje cechy podzielności liczb: – przez 2, 5, 10 – przez 3, 9 – przez 100	2.7	 p pp	 p p	
	rozpoznaje liczby pierwsze i złożone	2.8		p	
	rozkłada liczby dwucyfrowe na czynniki pierwsze	2.9		p	
Ułamki zwykłe	zna pojęcie ułamka zwykłego jako części całości i jako ilorazu	4.1	p		
	odczytuje i zaznacza na osi liczbowej: – ułamki właściwe o niewielkim liczniku i mianowniku – także liczby mieszane	4.7	 p pp	 p	
	przelicza ułamki niewłaściwe na liczby mieszane i odwrotnie	4.5	p		
	porównuje ułamki zwykłe: – o jednakowych mianownikach – o jednakowych licznikach – dowolne	4.12	 p pp	 pp	
	skraca i rozszerza ułamki: – przez podaną liczbę – ustalając liczbę, przez którą należy skrócić/rozszerzyć	4.3	 p pp	 p	
	dodaje i odejmuje ułamki zwykłe i liczby mieszane: – o jednakowych mianownikach – dowolne	5.1 4.4	 p	 p	
	mnoży ułamek przez liczbę naturalną: – bez przekroczenia jedności – z przekroczeniem jedności	5.1	 p pp	 p	
	oblicza ułamek liczby	5.5		p	
	oblicza liczbę z danego jej ułamka				pp
	mnoży i dzieli ułamki i liczby mieszane	5.1		p	
	oblicza kwadraty i sześciany ułamków zwykłych i liczb mieszanych	5.6			p
Ułamki dziesiętne	odczytuje i zapisuje ułamki dziesiętne		p		
	zaznacza ułamki dziesiętne na osi liczbowej	4.7		p	
	zamienia ułamek dziesiętny na zwykły	4.8	p		
	zamienia wyrażenie dwumianowane na ułamek dziesiętny i odwrotnie	4.6	p		

	zamienia ułamek zwykły na dziesiętny: – przez rozszerzanie ułamka o mianowniku 2, 4, 5 – przez rozszerzanie ułamka o innym mianowniku – dzieląc licznik przez mianownik – także w wypadku rozwinięć nieskończonych	4.9 4.10	 p pp 	 	 p pp
	porównuje ułamki dziesiętne	4.12	p		
	dodaje i odejmuje ułamki dziesiętne	5.2	pp	p	
	mnoży i dzieli ułamki dziesiętne przez potęgi dziesięciu	5.2	pp	p	
	mnoży ułamki dziesiętne	5.2		p	
	oblicza kwadraty i sześciany ułamków dziesiętnych	5.6			p
	dzieli ułamki dziesiętne	5.2		pp	p
	zaokrągla ułamki dziesiętne	4.11			p
	wykonuje proste rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne	5.3		pp	p
	wykonuje obliczenia, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań	5.7			p
Liczby całkowite	zna pojęcie liczby ujemnej, posługuje się nim np. do określania temperatur	3.1 12.5		p	
	odczytuje liczby całkowite z osi liczbowej	3.2		p	
	zaznacza na osi liczbowej podane liczby całkowite	3.2		p	
	oblicza wartość bezwzględną	3.3			p
	porównuje różnicowo liczby całkowite	3.4		p	
	dodaje i odejmuje liczby całkowite	3.5		pp	p
	mnoży i dzieli liczby całkowite	3.5		pp	p
	rozwiązuje proste zadania tekstowe z wykorzystaniem liczb ujemnych	14.5		pp	p
Algorytmy działań pisemnych	dodaje, odejmuje i mnoży pisemnie liczby naturalne: – w prostych działaniach (jedno przeniesienie) – także w trudniejszych działaniach	2.2	 p pp	 p	
	dzieli pisemnie liczby naturalne	2.3		p	
	dodaje pisemnie ułamki dziesiętne	5.2	p		
	odejmuje pisemnie ułamki dziesiętne	5.2	pp	p	
	mnoży i dzieli pisemnie ułamki dziesiętne	5.2		pp	p
Procenty	posługuje się pojęciem procentu: – w najprostszych wypadkach – *w przypadku ogólnym*	12.1		 pp	 p pp
	wyraża procent wielkości jako ułamek tej wielkości: – w najprostszych wypadkach – *w przypadku ogólnym*	12.1		 pp	 p pp
	oblicza procent liczby naturalnej: – w najprostszych wypadkach – *w przypadku ogólnym*	12.2		 pp	 p pp
Geometria płaska – figury i ich własności	rozumie i stosuje pojęcia: – punkt, odcinek, prosta, półprosta – odległość punktu od prostej – półprosta, kąt na płaszczyźnie – prostopadły, równoległy – prostokąt, kwadrat, bok, wierzchołek – przekątna – trójkąt, czworokąt, pięciokąt itd. – wielokąt (pojęcie ogólne)	 7.1 7.5 7.2 9.4; 9.5 9.5	 p p p pp p pp	 p p	 p
	rozumie pojęcia okrąg i koło	9.6	p		
	stosuje pojęcia: – środek, promień, średnica koła i okręgu, *łuk* – cięciwa – równoległobok, romb, trapez – trójkąt ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny – trójkąt równoboczny, równoramienny, różnoboczny	 9.6 9.6 9.4; 9.5 9.1 9.1	 p	 p p p	 p

	wykonuje rysunki odręcznie i za pomocą przyrządów (ekierki, linijki, cyrkla): – proste (np. proste równoległe i prostopadłe, okrąg, prosta równoległa do danej) – bardziej złożone (np. odcinek równoległy do danego i rozłączny z nim o danym końcu)	7.3; 9.6	 p pp	 p	
	porównuje kąty	8.5		p	
	mierzy kąty wypukłe za pomocą kątomierza i rysuje kąty wypukłe o danej mierze	8.2; 8.3		p	
	wykonuje konstrukcje trójkątów o danych trzech bokach	9.2			p
	rozumie i stosuje pojęcie kąta: – w wielokącie – na płaszczyźnie – prostego – ostrego, rozwartego – *półpełnego* – *wklęsłego*	 8.1 8.4	 p p	 p p p p	
	stosuje pojęcie kątów przyległych i wierzchołkowych oraz korzysta z ich własności	8.6		p	
	rozpoznaje i rysuje przykłady odbić lustrzanych		p		
	zna i stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta	9.3		p	
	zna i stosuje nierówność trójkąta	9.2		p	
	rozróżnia figury przestrzenne: – prostopadłościan, sześcian – graniastosłup, ostrosłup – walec, stożek, kula	 10.2 10.1 10.1	 p p p		
	rozpoznaje figury przestrzenne w modelach, na rysunkach i w swoim otoczeniu: – w typowym kształcie i położeniu – w nietypowym kształcie (np. bardzo duży stosunek krawędzi) lub położeniu (np. leżący na ścianie bocznej)	10.1	 p pp		
	wykonuje płaskie rysunki brył		pp	p	
	stosuje pojęcia: wierzchołek, krawędź, ściana		p		
	rozpoznaje i rysuje siatki: – sześcianu – prostopadłościanu – innych graniastosłupów – ostrosłupów	10.3 10.4		 p pp pp	 p p p
Geometria – miary	posługuje się metrycznymi jednostkami długości	12.6	p		
	mierzy długości za pomocą odpowiednich przyrządów	7.4	p		
	szacuje długości		pp		
	przelicza jednostki długości: – w zakresie niewielkich liczb naturalnych i wyrażeń dwumianowanych – w zakresie dużych liczb naturalnych i wyrażeń dwumianowanych – w zakresie ułamków dziesiętnych: w prostych wypadkach w dowolnych wypadkach	12.6	 p pp	 p pp	
	oblicza miary kątów	11.6		p	
	stosuje pojęcie skali	12.8	pp		p
	oblicza obwody figur: – bez konieczności przeliczania jednostek miar – także gdy zachodzi taka konieczność	11.1	 p pp		
	rozumie pojęcie pola figury		p		
	oblicza pole: – kwadratu, prostokąta – trójkąta – rombu, równoległoboku, trapezu	11.2	 p	 p p	
	przelicza jednostki pola	11.3		pp	

	rozumie pojęcie objętości		p		
	oblicza objętość prostopadłościanu	11.4		p	
	oblicza objętość graniastosłupa				p
	stosuje jednostki objętości i pojemności w sytuacjach z życia codziennego	11.5		pp	p
	przelicza jednostki objętości i pojemności				p
	oblicza pole powierzchni: – prostopadłościanu – *graniastosłupów* – *ostrosłupów*	11.4			 p p p
Układ współrzędnych	*odczytuje współrzędne punktów na płaszczyźnie*				p
	zaznacza dane punkty w układzie współrzędnych				p
	rozwiązuje proste zadania geometryczne w układzie współrzędnych				pp
Elementy algebry	znajduje rozwiązania najprostszych równań, jak $3x = 12$, $x - 5 = 2$ itp.	6.3	p		
	rozwiązuje równania metodą działań odwrotnych	6.3			p
	zapisuje w postaci algebraicznej zależności informacje podane słownie	6.2			pp
	korzysta (w prostych wypadkach) ze wzorów algebraicznych opisujących sytuacje praktyczne	6.1			p
Umiejętności przekrojowe i praktyczne	czyta różnego rodzaju teksty (słowne, rysunki, tabele, diagramy i wykresy) i rozwiązuje zadania na podstawie danych w nich zawartych	13.2; 14.1; 14.2	(*)	(*)	(*)
	tworzy (w prostych wypadkach) różnego rodzaju teksty, prezentując dane ilościowe, w tym dane zebrane samodzielnie, także w postaci graficznej	13.1	(*)	(*)	(*)
	wykonuje obliczenia dotyczące miar, masy, czasu, pieniędzy	12.3; 12.4; 12.7	(*)	(*)	(*)
	wykonuje obliczenia dotyczące prędkości, stosuje jednostki prędkości km/h, m/s	12.9			p
	szacuje wielkości i wyniki działań występujące w prostych zadaniach	2.12; 5.10	pp	p	
	krytycznie ocenia wyniki dokładnych obliczeń, porównując je z wynikiem szacowania	14.6	pp	p	
	dostrzega zależności ilościowe i figury geometryczne w swoim otoczeniu	14.3	p		
	czyta plany i mapy: – korzystając z podziałki liniowej, skali mianowanej i skali liczbowej	12.8	pp		p
	dobiera właściwy model matematyczny do rozwiązania problemu: – w prostych sytuacjach – w nieco trudniejszych sytuacjach	14.4; 14.5	 p pp		
	oblicza średnią arytmetyczną: – liczb naturalnych – ułamków dziesiętnych			p	 pp
	stosuje porównania: – różnicowe – ilorazowe	5.4	 p pp	 p	
	wykonuje obliczenia na kalkulatorze	2.2; 2.3; 4.9; 4.10; 5.2; 5.8	p		

(*) Poziom zależnie od stopnia trudności danego problemu. Ta umiejętność przekrojowa odpowiada wielu szczegółowym umiejętnościom matematycznym o stopniu trudności określonym w innych miejscach tabeli.

7 Procedury osiągania szczegółowych celów edukacyjnych

Ćwiczenia aktywizujące uczniów

W celu osiągnięcia dobrych wyników kształcenia i uniknięcia znużenia uczniów warto stosować różnorodne metody i formy pracy. Na lekcjach matematyki w szkole podstawowej głównym zadaniem jest kształcenie rozumienia pojęć oraz ćwiczenie umiejętności, dlatego metody podające nie mają tu wielkiego zastosowania. Koncentrujemy się zatem na metodach aktywizujących uczniów.

W zależności od działu programowego aktywność uczniów może polegać na:
- wykonywaniu rysunków i modeli figur,
- odnajdowaniu przykładów modeli pojęć geometrycznych w otoczeniu ucznia,
- czynnościach manualnych mających na celu utrwalenie zrozumienia pojęć geometrycznych i arytmetycznych,
- uczestniczeniu w grach pozwalających ćwiczyć sprawność rachunkową,
- uczestniczeniu w grach utrwalających wprowadzane pojęcia,
- ćwiczeniach dramowych pozwalających na odniesienie pojęć matematycznych do doświadczeń ucznia,
- wykonywaniu dokładnych i szacunkowych pomiarów obiektów z otoczenia ucznia,
- rozumowaniu opartym na czytaniu różnorodnych źródeł informacji.

Aktywizujące i czynnościowe ćwiczenia wprowadzające do tematu

Proponujemy, aby tego rodzaju ćwiczenia (w grupach, parach lub indywidualne) rozpoczynały lekcje, zwłaszcza lekcje wprowadzające nowe zagadnienie. Pozwoli to:
- powtórzyć wcześniej nabyte umiejętności, potrzebne przy nowym zagadnieniu,
- ćwiczyć sprawność rachunkową,
- wprowadzić uczniów w nowe zagadnienia,
- wykonywać konkretne czynności związane z danym tematem.

Oto przykłady takich ćwiczeń:
- Powtarzanie umiejętności i ćwiczenie sprawności rachunkowej. Nauczyciel pokazuje dwa kartoniki z cyframi tworzącymi liczbę dwucyfrową, np. 54. Każdy uczeń podnosi dwa kartoniki z liczbami od 0 do 9, których iloczyn równy jest 54 (czyli 6 i 9). Nauczyciel łatwo może zorientować się w sprawności rachunkowej uczniów i ich znajomości tabliczki mnożenia.
- Wprowadzanie nowych zagadnień. Uczeń bierze do ręki 2 banknoty po 100 zł (oczywiście nie prawdziwe banknoty, ale wycięte z zeszytu ćwiczeń), 3 po 10 zł i 5 monet po 1 zł. Z tej sumy ma wydać 217 zł. W tym celu musi w „banku" rozmienić jedną dziesięciozłotówkę na 10 monet po 1 zł. W toku lekcji zrozumie, że taki sens ma „pożyczanie" przy odejmowaniu pisemnym – jednostkę z wyższego rzędu zamieniamy na 10 jednostek niższego rzędu.
- Wykonanie czynności konkretnych. Z patyczków i plasteliny uczeń buduje model prostopadłościanu, którego będzie następnie używał podczas lekcji. Abstrakcyjne pojęcia wierzchołków i krawędzi zyskują w ten sposób konkretne modele.

Zadania wielopoziomowe

Przy ćwiczeniu podstawowych umiejętności proponujemy wykorzystywanie zadań pozwalających każdemu uczniowi na pracę we własnym tempie. Zadania takie składają się z wielu przykładów podzielonych na różne poziomy trudności. Uczeń rozwiązuje podaną liczbę przykładów z danego poziomu i sprawdza wyniki. Jeżeli poprawnie rozwiązał przykłady, przechodzi na wyższy poziom. Jeśli się pomylił, szuka błędu, a później rozwiązuje kolejną porcję przykładów z tego samego poziomu.

Oto przykład podziału nowej umiejętności na poziomy – odejmowanie pisemne:
- odejmowanie bez „pożyczania",
- odejmowanie z jednokrotnym „pożyczaniem",
- odejmowanie z wielokrotnym „pożyczaniem" w sąsiednich rzędach,
- odejmowanie od liczby z dwoma zerami w sąsiednich rzędach.

W ten sposób zdolny uczeń nie nuży się rozwiązywaniem zadań dla niego zbyt prostych i szybko dochodzi do najtrudniejszych, natomiast słabszy ma wystarczająco dużo czasu, aby utrwalić kolejne kroki w nowo poznawanym algorytmie. Dzięki temu słabszy uczeń nie staje przed zadaniem przekraczającym jego możliwości. W dodatku długi proces opanowania nowej umiejętności, który przerażałby słabszego ucznia, podzielony zostaje na kilka kroków stosunkowo łatwych do pokonania.

Zadania wielopoziomowe mają jeszcze jedną ważną zaletę. Jak wynika z testowania tej metody w szkole, nawet bez sugestii nauczyciela „przechodzenie na wyższy poziom" kojarzy się uczniom z grami komputerowymi. W ten sposób żmudne skądinąd rachunki stają się elementem zadania traktowanego jak wciągająca gra.

Ćwiczenia wykonywane wielokrotnie w ciągu roku

W nauczaniu matematyki na poziomie szkoły podstawowej mamy do czynienia w dużym stopniu z kształceniem umiejętności rachunkowych. Trzeba pamiętać, że do sprawnego wykonywania działań pisemnych, działań na ułamkach zwykłych i dziesiętnych i w ogóle jakichkolwiek bardziej skomplikowanych rachunków niezbędna jest nie tylko umiejętność wykonywania rachunków prostszych, lecz także umiejętność wykonywania ich sprawnie i szybko. Uczeń powinien nie tylko znać tabliczkę mnożenia, ale również szybko i bezbłędnie przypominać sobie odpowiednie iloczyny, a także rozkładać liczby na iloczyny mniejszych liczb, korzystając z tabliczki mnożenia. Im szybciej potra-

fi bezbłędnie wykonywać najprostsze rachunki, tym szybciej będzie wykonywał bardziej złożone obliczenia. Dobrą metodą na osiągnięcie sprawności rachunkowej jest wielokrotne powtarzanie prostych ćwiczeń, takich jak np. mnożenie zadanej liczby jednocyfrowej przez liczby jednocyfrowe ustawione w losowej kolejności (do losowania mogą służyć kartoniki z liczbami 0–9).
Wykonując takie ćwiczenie wielokrotnie w ciągu roku, uczeń może zapisywać swoje wyniki w tabeli i obserwować, jakie czyni postępy. Dzięki temu ćwiczenie jest atrakcyjne dla każdego ucznia – nawet uczeń bardzo dobry może być jeszcze lepszy, a mający trudności w nauce dostrzega swoje postępy. Obaj widzą wpływ swojej pracy na wyniki. Tej zalety nie mają typowe oceny np. ze sprawdzianów, które opierają się na porównaniu umiejętności ucznia z rosnącymi wymaganiami, a nie ze stanem poprzednim. Uczeń słaby, choćby bardzo się starał, nie dostaje coraz lepszych ocen, a co najwyżej ciągle takie same. Uczeń zdolny otrzymuje dobre oceny bez żadnego wysiłku i także nie jest zmotywowany do pracy.
Porównywanie aktualnego stanu umiejętności ze stanem poprzednim jest także dużo lepsze dydaktycznie i wychowawczo od rywalizacji pomiędzy uczniami. Rywalizacja bowiem może powodować problemy wychowawcze, ale też na ogół nie zachęca do pracy, gdyż wynik rozgrywki pomiędzy uczniami o zróżnicowanym poziomie jest zazwyczaj do przewidzenia.

Zadania tekstowe
Przy rozwiązywaniu takich zadań należy zwrócić uwagę nie tylko na stronę rachunkową, ale przede wszystkim na czytanie ze zrozumieniem tekstu zadania. Zadania powinny być tak sformułowane, aby nie było możliwe mechaniczne ich rozwiązanie metodą „omawiamy dodawanie, więc trzeba dodać liczby występujące w zadaniu".
Warto przedstawiać część informacji w formie np. rysunku, diagramu, mapy, wierszyka, co pozwala ćwiczyć umiejętność czytania różnych rodzajów tekstu i wyszukiwania w nim potrzebnych informacji.
Zadania tekstowe pozwalają wzbogacać słownictwo uczniów oraz sięgać do różnych dziedzin wiedzy, np. historii, przyrody. W ten sposób rozszerzamy wiedzę ucznia i jego zainteresowania. W takich zadaniach mogą się pojawiać także pytania związane z tematem zadania, ale wykraczające poza matematykę.

8 Propozycje metod oceny osiągnięć ucznia

Zgodnie z obowiązującymi przepisami każda szkoła ma własny – wewnątrzszkolny – system oceniania, do którego musi się dostosować także nauczyciel matematyki. W tej części programu przedstawiamy propozycje, które można wykorzystać, dostosowując je do przyjętego WSO.

Ocenianie jest jednym z ważnych zadań nauczyciela. Trzeba pamiętać, że nie jest ono jednak celem samym w sobie, nie jest również zakończeniem procesu nauczania. Wręcz przeciwnie, powinno służyć ukierunkowaniu dalszej pracy, zarówno z całą klasą, jak i z każdym uczniem z osobna.
Uczniowie często traktują ocenę tylko jako rodzaj nagrody lub kary. Takiego podejścia nie można całkowicie wyeliminować. Jeśli jednak nauczyciel będzie przedstawiał ocenę raczej jako diagnozę, również uczniowie stopniowo zrozumieją jej rolę.
Ocenie wystawionej w skali 1–6 czy wyrażonej punktami towarzyszyć powinien komentarz przedstawiający mocne i słabe strony ucznia oraz zalecenia pozwalające ukierunkować jego dalszą pracę. Jest to ważne zwłaszcza w sprawdzianach pisemnych, bo oceniając odpowiedź ustną, nauczyciel zawsze może na bieżąco udzielić odpowiednich informacji i wyjaśnić popełnione błędy.
Nawet poprawnie rozwiązane zadania warto opatrzyć komentarzem ukierunkowującym dalszą pracę. Trzeba bowiem pamiętać, że naszym celem jest nie tylko opanowanie przez wszystkich uczniów podstawowych umiejętności, ale rozwój każdego ucznia na miarę jego możliwości. Oznacza to, że uczniowi zdolnemu należy wskazać drogę do zdobycia umiejętności ponadprogramowych.
Zwracając uwagę na znaczenie oceny dla ukierunkowania pracy ucznia, nie można zapominać, że podobną funkcję spełnia samoocena. Już od czwartej klasy warto wdrażać uczniów do krytycznej refleksji nad własnymi umiejętnościami. Elementem samooceny jest wybór poziomu ćwiczeń odpowiedni do umiejętności oraz analiza popełnianych błędów.
Wart oceny i docenienia przez nauczyciela jest nie tylko osiągnięty stan wiedzy i umiejętności, lecz także ich przyrost. Uczeń, który poczynił duże postępy, powinien czuć się doceniony i nagrodzony, nawet jeśli nie osiągnął jeszcze wielkich sukcesów, gdyż zaczynał od bardzo niskiego poziomu.
Warto podkreślać różną rangę ocen. Praca klasowa ma inne znaczenie niż kartkówka lub jedno zadanie z pracy domowej. Nie można jednak zapominać, że ocena powinna motywować ucznia do systematycznej pracy, a więc musi uwzględniać także bieżące ćwiczenia.
W wypadku ćwiczeń w budowaniu modeli i w rysowaniu, ćwiczenia sprawności rachunkowej, szacowania, gier na początek lekcji itp. ocenie powinien podlegać nie tylko sam wynik, ale przede wszystkim aktywność ucznia.
W programie zwracamy wielokrotnie uwagę na zadania pozwalające uczniowi samodzielnie wybrać poziom ćwiczeń odpowiedni do jego możliwości. W takich wypadkach nie można uzależniać oceny od wybranego poziomu. Zniweczyłoby to sens zadania: każdy uczeń próbowałby rozwiązywać przykłady najtrudniejsze, mimo braków w prostszych umiejętnościach. Możemy natomiast oceniać rozwiązanie zadań na wybranym poziomie, aktywność uczniów, a także postęp w stosunku do wcześniejszych umiejętności.