

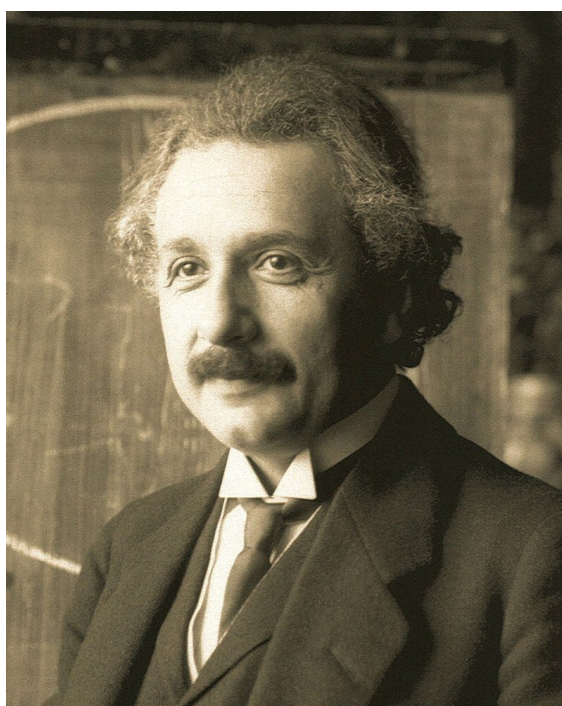


Wyzwanie - zadanie

-



Najpiękniejsza rzecz, jakiej możemy doświadczyć, to oczarowanie tajemnicą.
Albert Einstein



Jeśli lubisz zagadki, na pewno chętnie zapoznasz się z tym materiałem. Znajdziesz tu bowiem ciekawe zadania do rozwiązania. Być może nie od razu uda ci się znaleźć poprawną odpowiedź, ale wszystko wymaga treningu.

Na pocieszenie powiem Ci, że nawet najlepsi matematycy nie zawsze umieli uporać się szybko z trudnymi problemami. Na przykład francuski matematyk Henri Jules Poincaré (1854 – 1912) miał kłopoty z prostymi rachunkami, a genialny Albert Einstein (1879 – 1955) powiedział: *Nie martw się, że masz problemy z matematyką. Zapewniam cię, że moje są jeszcze większe.*

1. [Interaktywna treść merytoryczna](#)
2. [Aplikacja online](#)
3. [Zestaw ćwiczeń interaktywnych](#)
4. [Słownik](#)

Twoje cele

- Ustalisz dane i szukane w zadaniu tekstowym.
- Wyodrębnisz w zadaniu tekstowym potrzebne i zbędne informacje.
- Zbudujesz treść zadania, układając w odpowiedniej kolejności posiadane informacje.
- Rozwiążesz zadanie tekstowe metodami arytmetycznymi.

Każde zadanie matematyczne, które trzeba rozwiązać, należy najpierw dokładnie przeanalizować, zastanawiając się, jakie narzędzia będą potrzebne, aby uzyskać odpowiedź.

Warto przyporządkować je do konkretnego działu matematyki szkolnej (np. czy to jest zadanie geometryczne, czy może algebraiczne), określić wzory, twierdzenia które można będzie wykorzystać.

Planując rozwiązanie, szukamy w pamięci podobnych zadań, które umiemy rozwiązać lub algorytmu, na którym możemy oprzeć rozumowanie. Rozkładamy problem na „czynniki pierwsze”, wyodrębniając to co jest dane, to czego szukamy i to, co nie jest istotne dla wyniku.

Krytyczne rozważenie pomysłów pozwoli nam wybrać najefektywniejszą drogę rozwiązania. Jeśli jednak znajdziemy się w fazie „utknięcia” – mamy dwa wyjścia. Albo poszukamy odpowiedniego wzorca w podręczniku, albo przerwiemy pracę i pozwolimy, aby nasz mózg kontynuował rozwiązanie, niejako bez naszej wiedzy. Jeśli po pewnym czasie wrócimy do zadania, wypoczęty mózg może szybciej podpowieć nam, jak trzeba postąpić.

Po ustaleniu odpowiedzi, ważne jest, aby oszacować, czy jest ona prawdopodobna. Czy cena towaru wyrażona jest w złotych (a nie np. w kilogramach), czy wzrost człowieka nie przekracza 3 metrów, itp. Jeśli rozwiązania nie można zweryfikować, warto chociaż sprawdzić za pomocą kalkulatora poprawność wykonywanych obliczeń rachunkowych.

W tym materiale będziemy rozwiązywać zadania, korzystając z [metod arytmetycznych](#).

Przykład 1

Grzegorz dostał od babci 20 zł. Kupił dwie jednakowe czekolady i oddał Jankowi dług wynoszący 8 zł 60 gr. Zostało mu 5 zł. Ile kosztowała czekolada?

Sporządzamy rysunek pomocniczy.



Źródło: Pixabay.com, licencja: CC BY 3.0.

Po dokładnym przeanalizowaniu rysunku stwierdzamy, że dwie czekolady musiały kosztować:

$$20 \text{ zł} - 5 \text{ zł} - 8 \text{ zł } 60 \text{ gr} = 15 \text{ zł} - 8 \text{ zł } 60 \text{ gr} = 6 \text{ zł } 40 \text{ gr}.$$

Zatem jedna czekolada kosztowała:

$$6 \text{ zł } 40 \text{ gr} : 2 = 3 \text{ zł } 20 \text{ gr}.$$

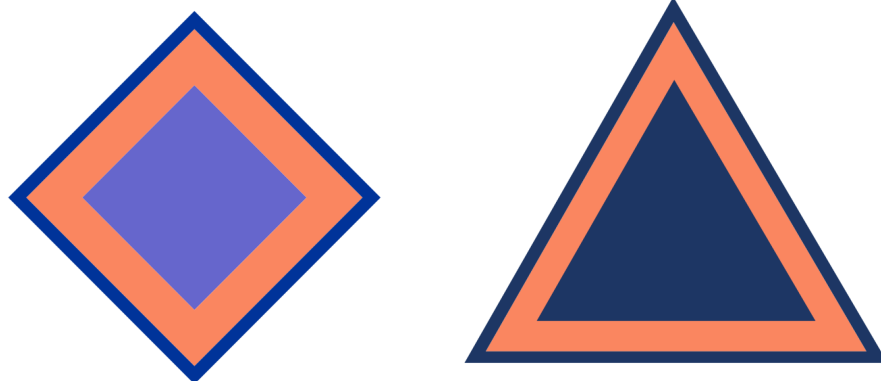
Odpowiedź:

Czekolada kosztowała 3 zł 20 gr.

W następnym przykładzie potrzebna będzie znajomość sposobu obliczania obwodu rombu i trójkąta.

Przykład 2

Tasiemką o długości 72 dm obszyto dwie serwetki. Jedną w kształcie rombu, drugą w kształcie trójkąta równobocznego. Na każdą zużyto tyle samo tasiemki. Jaką długość boku miała serwetka trójkątna, a jaką w kształcie rombu?



Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Matematycznym odpowiednikiem pierwszej serwetki jest romb, a drugiej trójkąt równoboczny. Suma ich obwodów będzie równa długości tasiemki.

Jeśli oznaczymy przez a długość boku rombu, przez b długość boku trójkąta, to możemy zapisać:

$$4a + 3b = 72.$$

Mamy dwie niewiadome i żadnych bliższych informacji o liczbach a i b . Wiemy tylko, że muszą to być liczby dodatnie (jako długości boków wielokątów) i mniejsze od 72. Możemy zgadywać, ile wynosi długość boku jednego z wielokątów i obliczyć długość boku drugiego wielokąta.

Jeśli przyjmiemy na przykład, że $a = 1$, to

$$4 \cdot 1 + 3b = 72$$

$$3b = 72 - 4$$

$$3b = 68 \quad / : 3$$

$$b = \frac{68}{3}.$$

Ale wtedy obwody rombu i trójkąta nie są równe, zatem liczba 1 nie spełnia warunków zadania.

Gdybyśmy dostatecznie dużo liczb podstawiali w miejsce a , być może znaleźlibyśmy poprawną odpowiedź. Jednak ta procedura mogłaby być czasochłonna.

Porzucamy więc ten sposób rozwiązania i jeszcze raz uważnie czytamy treść zadania.

Z treści zadania wynika, że romb musi mieć taki sam obwód jak trójkąt (bo na obszycie każdej serwetki zużyto tyle samo tasiemki). Obwód ten będzie równy:

$$72 \text{ dm} : 2 = 36 \text{ dm}.$$

Bok rombu ma więc długość:

$$36 \text{ dm} : 4 = 9 \text{ dm},$$

a bok trójkąta

$$36 \text{ dm} : 3 = 12 \text{ dm}.$$

Odpowiedź:

Serwetka w kształcie rombu ma bok długości 9 dm, a serwetka w kształcie trójkąta ma bok długości 12 dm.

Poprzednie przykłady przekonały nas, że rozwiązując zadanie tekstowe warto wykonać rysunek obrazujący treść zadania i dopiero wtedy zaplanować sposób rozwiązania.

Zatem i w poniższym przykładzie posłużymy się rysunkiem.

Przykład 3

Marta i Tadeusz stali obok siebie. W pewnej chwili zaczęli jednocześnie biec w przeciwnych kierunkach. Marta biegła z prędkością $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, a Tadeusz z prędkością $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. W jakiej odległości od siebie znajdowali się po upływie 2 minut?

Zgodnie z zapowiedzią, sporządzamy rysunek pomocniczy.



Źródło: Pexels.com, licencja: CC BY 3.0.

Na podstawie rysunku wnioskujemy, że skoro Marta biegła z prędkością $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, a Tadeusz z prędkością $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, to po upływie sekundy odległość między nimi wynosiła

$$(6 + 4) \text{ m} = 10 \text{ m}.$$

Dwie minuty to $2 \cdot 60 = 120$ sekund.

Zatem w ciągu 120 sekund sportowcy oddalili się od siebie o $120 \cdot 10 = 1200$ metrów. 1200 m to 1 km 200 m.

Odpowiedź:

Marta i Tadeusz po upływie 2 minut byli od siebie w odległości 1 km 200 m.

Metody arytmetyczne rozwiązywania zadań tekstowych, stosowane były powszechnie w starożytności, gdy aparat algebraiczny był jeszcze słabo rozwinięty. Poniżej przykład zadania znanego z historii matematyki (nieco zmodyfikowanego), rozwiązanego w sposób, jaki być może stosowali starożytni.

Przykład 4

W dzbankach znajduje się sok pomarańczowy. Ilość soku w pierwszym dzbanku stanowi $\frac{4}{7}$ ilości soku w drugim z nich. W drugim dzbanku jest 1,4 l soku. Ile litrów soku należy przelać z drugiego dzbanka do pierwszego, aby w obu dzbankach było tyle samo soku?



Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Obliczymy najpierw, ile litrów soku jest w pierwszym dzbanku.

$$\frac{4}{7} \cdot 1,4 = \frac{4}{7} \cdot \frac{14}{10} = \frac{4}{1} \cdot \frac{2}{10} = 0,8$$

W pierwszym dzbanku jest 0,8 l soku.

Obliczmy, ile jest łącznie soku w obu dzbankach.

$$0,8 + 1,4 = 2,2$$

W obu dzbankach jest 2,2 l soku.

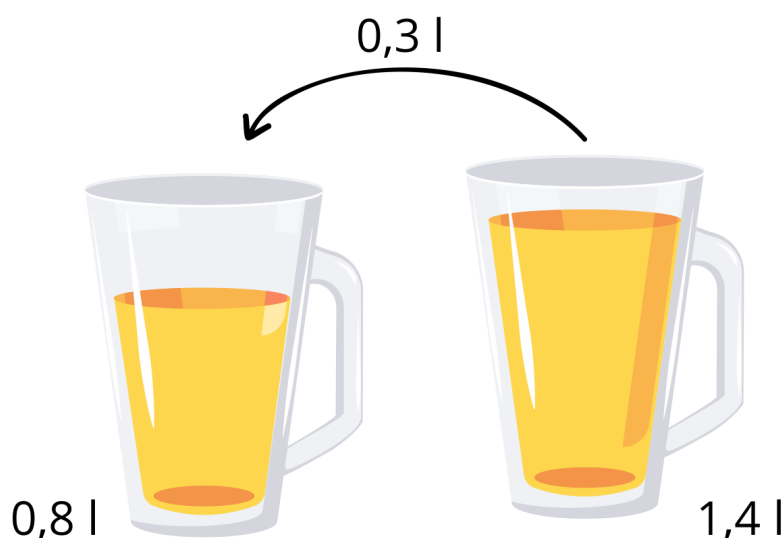
Teraz obliczymy, ile litrów soku powinno być w każdym dzbanku, aby w obu dzbankach było po tyle samo soku.

$$2,2 : 2 = 1,1$$

Aby w pierwszym dzbanku było 1,1 l soku, należy do niego dolać

$$1,1 - 0,8 = 0,3$$

litra soku.



Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Odpowiedź:

Z drugiego dzbanka należy przelać do pierwszego dzbanka 0,3 l soku.

W ostatnim przykładzie, zagmatwane z pozoru informacje umieścimy w tabelce, a wtedy okaże się, że rozwiązanie zadania jest proste.

Przykład 5

Pięć lat temu ojciec był 3 razy starszy od syna. Za 7 lat syn będzie miał 24 lata. Ile razy będzie wtedy młodszy od ojca?

Zapiszemy dane podane w zadaniu w tabelce.

Wiek	Pięć lat temu	Teraz	Za siedem lat
Syn			24
Ojciec			

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnimy najpierw pierwszy wiersz (odejmując kolejno odpowiednie liczby), a następnie na jego podstawie – drugi.

Wiek	Pięć lat temu	Teraz	Za siedem lat
Syn	$17 - 5 = 12$	$24 - 7 = 17$	24
Ojciec			

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Zauważmy, że pięć lat temu ojciec był 3 razy starszy od syna. Obliczyliśmy, że syn miał wtedy 12 lat. Zatem ojciec miał $3 \cdot 12 = 36$ lat. Wpisujemy uzyskaną liczbę do tabelki i uzupełniamy drugi wiersz.

Wiek	Pięć lat temu	Teraz	Za siedem lat
Syn	$17 - 5 = 12$	$24 - 7 = 17$	24
Ojciec	36	$36 + 5 = 41$	$41 + 7 = 48$

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Za siedem lat syn będzie miał 24 lata, a ojciec 48 lat.

Ojciec będzie więc dwa razy starszy od syna, bo

$$48 : 24 = 2.$$

Zatem syn będzie dwa razy młodszy.

Odpowiedź:

Syn będzie dwa razy młodszy od ojca.

Notatki

Miejsce na Twoje notatki

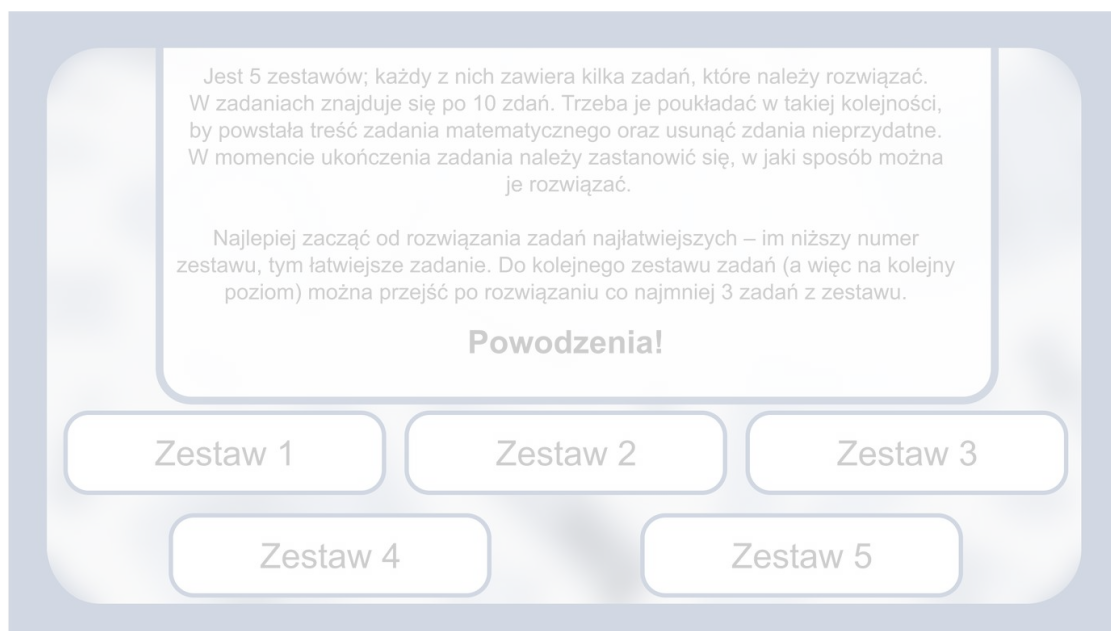
Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Aplikacja online

Polecenie 1

Umiejętności zdobyte podczas pracy z tym materiałem będziesz mieć okazję przećwiczyć, rozwiązując zadania zawarte w poniższym zestawie. Są tam zadania o różnym stopniu trudności. Wylosuj zadanie i rozwiąż je.

Instrukcja do Aplikacji on-line



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D16VeH61t>

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 2

Poukładaj poniższe zdania w odpowiedniej kolejności i rozwiąż zadanie, które otrzymasz.

- Bilet normalny kosztuje 89 zł.
- Rodzina Kowalskich wybiera się na koncert.
- Rodzice muszą kupić bilety normalne, a dzieciom przysługują bilety ulgowe.
- Bilet ulgowy jest o 32 zł tańszy.
- Ile będą kosztowały bilety dla całej rodziny?
- Rodzina składa się z dwóch dorosłych osób i dwojga dzieci.

Polecenie 3

Poukładaj poniższe zdania w odpowiedniej kolejności i rozwiąż zadanie, które otrzymasz.

- Książek biograficznych ma 26.
- Ile wszystkich książek ma Halina?
- Przygodowych ma o 18 więcej niż młodzieżowych.
- Halina posiada własny księgozbiór.
- Młodzieżowych ma dwa razy mniej.
- Ma książki przygodowe, młodzieżowe i biograficzne.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Zestaw ćwiczeń interaktywnych

Ćwiczenie 1

Patryk wybrał się do kina. Seans rozpoczął się o 11 : 20. Reklamy poprzedzające film trwały 10 minut. Film trwał $1\frac{3}{4}$ godziny. O której godzinie skończył się film? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ o 13 : 25

☐ o 12 : 55

☐ o 13 : 05

☐ o 13 : 15

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Kwadrat o obwodzie 16 pocięto na 16 jednakowych małych kwadratów. Kwadrat o obwodzie 12 pocięto na takie same kwadraty jak kwadrat o obwodzie 16. Ze wszystkich tak powstałych małych kwadratów zbudowano duży kwadrat. Jaki jest obwód tego kwadratu? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ 20

☐ 5

☐ 25

☐ 7

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Żabka skacze po nieskończonej osi liczbowej. Jeden jej skok, to 2 jednostki. Teraz znajduje się w punkcie odpowiadającym liczbie 3. Zaznacz, które zdanie jest prawdziwe, a które fałszywe.

Zdanie	Prawda	Fałsz
Żabka wykonała dwa skoki i teraz znajduje się w punkcie odpowiadającym liczbie 7.	☐	☐
Żabka wykonała jeden skok, więc może znajdować się w punkcie odpowiadającym liczbie ujemnej.	☐	☐
Żabka wykonała trzy skoki i teraz możliwe jest, że znajduje się w punkcie odpowiadającym liczbie 5.	☐	☐
Żabka wykonała najpierw dwa skoki w jednym kierunku, następnie jeden w przeciwnym. Teraz możliwe jest, że znajduje się w punkcie odpowiadającym liczbie 1.	☐	☐

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Dwa lata temu Ola była 5 razy młodsza od mamy. Za cztery lata mama będzie 3 razy starsza od Oli. Za 10 lat Ola osiągnie pełnoletność. Uzupełnij tabelkę, wpisując odpowiednie liczby.

Wiek	2 lata temu	Teraz	Za 4 lata	Za 10 lat
Ola				
Mama				

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Miejscowości A i B leżą w odległości 18 km od siebie. Zuzia i Nikola wyruszyły jednocześnie naprzeciw siebie z miejscowości odpowiednio A i B . Zuzia porusza się z prędkością $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a Nikola z prędkością $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Uzupełnij zdania tak, aby były zdaniami prawdziwymi. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz prawidłową odpowiedź.

- Po godzinie marszu dziewczęta będą znajdowały się w odległości kilometrów od siebie.
- Dziewczęta spotkają się po godzinach marszu.

3 1 9 2

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Połącz w pary zadanie i odpowiedź.

Jola ma 12 lat. Basia jest dwukrotnie starsza, a Asia jest o 2 lata młodsza od Basi. Ile lat ma Asia?

10

Od największej liczby trzycyfrowej odjęto największą liczbę dwucyfrową i wynik podzielono przez 90. Ile otrzymano?

22

Za 3 pączki i 2 rurki z kremem trzeba zapłacić 18 zł. Pączek jest o 1 zł droższy od rurki. Ile złotych trzeba zapłacić za 2 pączki i 3 rurki z kremem?

3

Borys najpierw jechał 15 minut na hulajnodze z prędkością $8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Następnie przez 20 minut szedł spacerkiem z prędkością $3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Ile łącznie kilometrów pokonał?

17

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

W pierwszym dzbanku było 5 l wody, a w drugim 3 l. Z pierwszego dzbanka Maciek przelał do drugiego 1 l wody, a następnie z drugiego do pierwszego przelał 2 l wody. Mama z pierwszego dzbanka odlała 3 l wody, a Hania do drugiego dzbanka dolała 3 l wody. W którym dzbanku znajduje się teraz więcej wody? O ile?

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Krystian ma w skarbonce siedem monet po 2 zł, cztery monety po 5 zł oraz osiem monet po 1 zł. Chce kupić książkę, która kosztuje 50 zł. Ile jeszcze pieniędzy mu brakuje?

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Słownik

metody arytmetyczne

metody arytmetyczne rozwiązywania zadań tekstowych to metody rozwiązywania zadań za pomocą działań na liczbach.

Bibliografia

Szurek M., (2023), *Spacery matematyczne. Zachwyć się liczbami i figurami!*, Warszawa: Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro.